

論 文

有限要素法による懸垂碍子周辺の静電界解析

藤 島 豊\*, 鷺 巢 慎\*\*, 深 井 一 郎\*\*\*

(1980年9月11日受理)

Analysis of Electrostatic Field around Suspension Insulator  
by Finite Element Method

Y. FUJISHIMA,\* S. WASHISU\*\* and I. FUKAI\*\*\*

(Received September 11, 1980)

In this paper, as an electrostatic unbounded field problem, the electric potential and field around the suspension insulator are analyzed by the finite element method applied to Green's function in free space. This potential and field are analyzed under the condition that the suspension insulator is covered by dielectric material such as snow and this case is composite material problem. This analysis is carried out by using the finite element method is applied for the conducting sphere in free space, and the results are well agree with the potential and field which have been obtained.

1. ま え が き

有限要素法の電気工学への応用は近年めざましく、多くの報告がなされている<sup>1)</sup>。われわれは、送電経路の諸事故にかんがみ、碍子本体に着目し、碍子周辺の静電場における電位・電界の分布状態を調べているが、この電位・電界の解析は、碍子の形状の複雑なことから数値解析に頼らざるをえない。

解析方法としては、差分法によるもの、および有限要素法による方法が考えられるが、差分法を使用して碍子周辺の電位分布状態を求めた報告はすでになされている<sup>2)</sup>。しかしながら、境界の設定、誘電体等の取扱いを考慮した場合、さらには境界の複雑なものなどにおいては、差分法により扱おうとする問題は限定されてしまう。その点有限要素法においては、境界の複雑な問題には適している。しかし、いままでは主として閉領域問題の解析

に偉力を発揮してきたが、開放領域におよぶ問題などにおいては不十分さがあつた。

碍子周辺の静電場を扱う場合は、無限遠を含む開放領域問題となることから、本論文では Washisu らによって有限要素法を開放領域の問題に拡張できる方法がすでに開発されている<sup>3)</sup> ことから、この方法を大気中における碍子周辺の電位・電界の解析に適用している。この方法は、Wexler らの提案した方法<sup>4)</sup> で解析解が得られない部分を、「二重層」的に対象領域とその外部領域を考慮して解決している。

はじめに導体球モデルにおける電位・電界の解析を行ない理論解と比較して、さらに碍子本体に着雪等の影響を考え、これを複合材質の問題の一例として解析している。なおこの解析方法は、他の問題にも広く適用できる。

2. 解 析 方 法

開放領域に及ぶ問題の解析方法としては、自由空間におけるグリーン関数を導入することにより可能となる<sup>4)</sup>。

図 1 に示すように、解析の対象となる領域  $R_1$  の外側に境界  $S_B$  を設け、 $S_B$  の内部に対して有限要素法を用い、外部の領域に対しては、解析的な扱いとする。ここで領域  $R_0$  においては、自由空間のグリーン関数  $G$  が存在し、ヘルムホルツの方程式が成り立つものとす

\* 苫小牧工業高等専門学校 (059-12 苫小牧市錦岡 443)  
Tomakomai Technical College, 443, Nishikioka,  
Tomakomai 059-12, Japan

\*\* 旭川工業高等専門学校 (070 旭川市春光台 2 条 2)  
Asahikawa Technical College, 2-jo 2, Shunkohdai,  
Asahikawa 070, Japan

\*\*\* 北海道大学工学部 (060 札幌市北区北13条西8)  
Faculty of Engineering, Hokkaido University,  
W-8, N-13, Kita-ku, Sapporo 060, Japan

\*, \*\*, \*\*\* 電気工学科 Department of Electrical Engineering

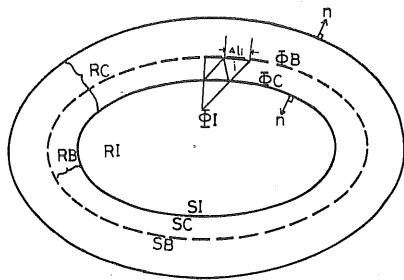


図1 開放領域の取扱い

Fig. 1 The unbounded field used for the calculation.

る。すなわち

$$(\nabla^2 + k^2)\phi = 0 \quad (1)$$

さらに、グリーン関数  $G$  は、次式を満足するものである。

$$(\nabla^2 + k^2)G(x, y | x_0, y_0) = -\delta(x - x_0, y - y_0) \quad (2)$$

(1)式と(2)式より、領域  $R_C$  内における任意の点のポテンシャル  $\phi(x, y)$  は、 $R_C$  における積分によって表わすことができる。

$$\phi(x, y) = \iint_{R_C} \{G(x, y | \xi, \eta) \nabla^2 \phi(\xi, \eta) - \phi(\xi, \eta) \nabla^2 G(x, y | \xi, \eta)\} d\xi d\eta \quad (3)$$

(3)式にグリーンの定理を適用することにより、結果的に次式を得る。

$$\phi(x, y) = \int_{S_C} \left( G \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial G}{\partial n} \right) d\lambda \quad (4)$$

境界  $S_C$  上におけるポテンシャルを  $\Phi_C$ 、境界  $S_B$  上におけるポテンシャルを  $\Phi_B$  とすると、 $\Phi_C$  と  $\Phi_B$  の関係は次式で表わすことができる。

$$[\Phi_B] = [P] [\Phi_C] \quad (5)$$

したがって、ここでの対象領域  $R_C$  においては、(5)式の関係マトリクス  $[P]$  を算出することになる。

$[P]$  マトリクスの算出に際しては、図2に示したよ

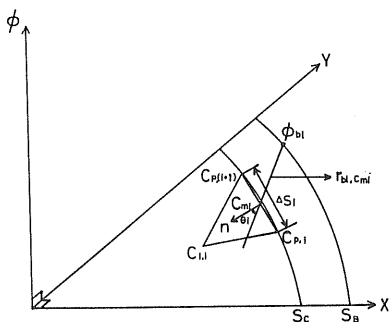


図2 三角要素と境界  $S_C$ ,  $S_B$  の関係

Fig. 2 Relation of the triangular element and boundary  $S_C$ ,  $S_B$ .

うに境界  $S_C$  内の三角要素と境界  $S_B$  上の節点ポテンシャル  $\phi_{b1}$  との関係は法線方向を考慮したうえで(6)式によって表わす。

$$\phi_{b1} = \sum_{i=1}^N \left\{ \phi_{C_i} \frac{\partial G_{C(b1, C_i)}}{\partial n} - G_{C(b1, C_i)} \frac{\partial \phi_{C_i}}{\partial n} \right\} dS_i \quad (6)$$

(6)式の離散化を行なうと

$$\phi_{b1} = \sum_{i=1}^N \left\{ \phi_{C_{mi}} \frac{\partial G_{C(b1, C_{mi})}}{\partial n} - G_{C(b1, C_{mi})} \frac{\partial \phi_{C_{mi}}}{\partial n} \right\} dS_i \quad (7)$$

$C_i$ : 三角要素  $C$  上の辺

$C_{mi}$ : 辺  $C_i$  上の中点

$C_{p,i}, C_{p,(i+1)}$ : 辺  $C_i$  の両端の節点

$N$ : 三角要素  $C$  の個数

$dS_i$ : 辺  $C_i$  の長さ

ここでグリーン関数は

$$G_{C(b1, C_{mi})} = 1 / \{4\pi(r_{(b1, C_{mi})})\}$$

であるから

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_{C(b1, C_{mi})}}{\partial n} &= -\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{r^2_{(b1, C_{mi})}} \cdot \frac{\partial r_{(b1, C_{mi})}}{\partial n} \\ &= -\frac{1}{4} \cdot \frac{\cos \theta_i}{r^2_{(b1, C_{mi})}} \end{aligned} \quad (8)$$

となる。

一方  $\phi_{C_{mi}}$  を求めるにあたっては、面積座標 ( $\zeta$ ) の導入を考える。すなわち 図3に示すように、三角要素の内点を  $P(x, y)$  とし、 $\Delta e$  を要素の面積、さらに  $\Delta e$  を  $A_1, A_2, A_3$  の三つの小三角形に分割する。

よって

$$\Delta e = A_1 + A_2 + A_3$$

ここで

$$A_i / \Delta e = \zeta_i \quad (i=1, 2, 3)$$

とおいて、 $\zeta_i$  を面積座標変数とすると

$$A_1 / \Delta e + A_2 / \Delta e + A_3 / \Delta e = \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 = 1$$

$$\zeta_1 = a_1 + b_1 x + c_1 y, \quad \zeta_2 = a_2 + b_2 x + c_2 y,$$

$$\zeta_3 = a_3 + b_3 x + c_3 y$$

と定義される。

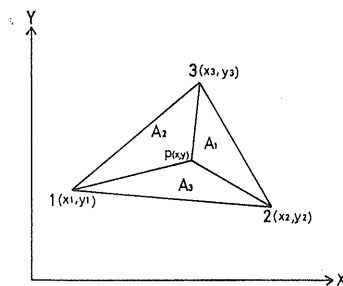


図3 面積座標

Fig. 3 Nomenclature of area co-ordinates.

また  $x$ - $y$  座標との関係は

$$\begin{cases} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \end{cases} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{cases} 1 \\ x \\ y \end{cases}, \begin{cases} 1 \\ x \\ y \end{cases} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix} \begin{cases} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \end{cases}$$

となり  $a_i, b_i, c_i (i=1,2,3)$  は

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= x_2 y_3 - x_3 y_2 & \beta_1 &= y_2 - y_3 & \gamma_1 &= x_3 - x_2 \\ \alpha_2 &= x_3 y_1 - x_1 y_3 & \beta_2 &= y_3 - y_1 & \gamma_2 &= x_1 - x_3 \\ \alpha_3 &= x_1 y_2 - x_2 y_1 & \beta_3 &= y_1 - y_2 & \gamma_3 &= x_2 - x_1 \\ \alpha &= \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \end{aligned} \right\}$$

として

$$a_i = \alpha_1 / \alpha, \quad b_i = \beta_i / \alpha, \quad c_i = \gamma_i / \alpha$$

となる。

以上の面積座標の導入により、 $\phi_{Cmi}$  は次式のように表わすことができる。

$$\phi_{Cmi} = [\zeta_{Cp, i} \quad \zeta_{Cp, (i+1)} \quad \zeta_{Ci, i}] \begin{bmatrix} \phi_{Cp, i} \\ \phi_{Cp, (i+1)} \\ \phi_{Ci, i} \end{bmatrix} \quad (9)$$

したがって

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_{Cmi}}{\partial n} &= \left[ \frac{\partial \zeta_{Cp, i}}{\partial n} \quad \frac{\partial \zeta_{Cp, (i+1)}}{\partial n} \quad \frac{\partial \zeta_{Ci, i}}{\partial n} \right]_{(Cmi)} \begin{bmatrix} \phi_{Cp, i} \\ \phi_{Cp, (i+1)} \\ \phi_{Ci, i} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\alpha \Delta S_i} [\beta_3 \beta_1 + \gamma_3 \gamma_1 \quad \beta_3 \beta_2 + \gamma_3 \gamma_2 \quad \beta_3 \beta_3 + \gamma_3 \gamma_3] \\ &\quad \times \begin{bmatrix} \phi_{Cp, i} \\ \phi_{Cp, (i+1)} \\ \phi_{Ci, i} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} R &= 1/r_{b1, Cmi}, \quad RR = (r_{b1, Cmi})^2, \quad S_3 = \Delta S_i \\ \delta_{31} &= \beta_3 \beta_1 + \gamma_3 \gamma_1, \quad \delta_{32} = \beta_3 \beta_2 + \gamma_3 \gamma_2, \quad \delta_{33} = \beta_3 \beta_3 + \gamma_3 \gamma_3 \\ \zeta_{Cp, i(Cmi)} &= 1/2, \quad \zeta_{Cp, (i+1)(Cmi)} = 1/2, \quad \zeta_{Ci, i(Cmi)} = 0 \\ \alpha &= 2A \quad (A \text{ は要素 } C_i \text{ の面積}) \end{aligned} \right\}$$

とおいて  $\phi_{b1}$  への  $\phi_C$  上の積分の寄与は  $\phi_{b1, C}$  として表わすと次式を得る。

$$\begin{aligned} \phi_{b1, C} &= \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^N \left[ \frac{R}{2A} \delta_{31} + \frac{S_3}{2RR} \cos \theta_i \right. \\ &\quad \left. \frac{R}{2A} \delta_{32} + \frac{S_3}{2RR} \cos \theta_i \quad \frac{R}{2A} \delta_{33} \right] \begin{bmatrix} \phi_{Cp, i} \\ \phi_{Cp, (i+1)} \\ \phi_{Ci, i} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

したがって関係マトリクス  $[P]$  は

$$[P] = \begin{bmatrix} \frac{R}{2A} \delta_{31} + \frac{S_3}{2RR} \cos \theta_i \\ \frac{R}{2A} \delta_{32} + \frac{S_3}{2RR} \cos \theta_i \\ \frac{R}{2A} \delta_{33} \end{bmatrix} \quad (12)$$

を作成することになる。

実際の解析においては、問題として取り扱っている碍子の軸対称性を考慮にいれて、軸対称回転体を考え、境

界  $S_C$  内の三角要素を固定し、境界  $S_B$  上の  $\phi_{b1}$  を  $Y$  軸の周りに1回転させる方法を用いている。

$S_B$  内部、すなわち  $(R_1+R_C)$  の有限要素法領域に対しては汎関数

$$J = \iint_{R_1+R_C} |\nabla \phi|^2 dx dy \quad (13)$$

を停留させることになる。

これを通常の有限要素法によって実行すると、次のマトリクス方程式が得られる。

$$F \cdot \Phi = 0, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \Phi_I \\ \Phi_C \\ \Phi_B \end{bmatrix} \quad (14)$$

ここで  $\Phi_I, \Phi_C, \Phi_B$  は、それぞれ領域  $I$ 、領域  $C$ 、領域  $B$  におけるポテンシャルのベクトルである。さらに(14)式は次式のマトリクス方程式に書き表わすことができる<sup>3)</sup>。

$$\begin{bmatrix} F_{II} & F_{IC} & F_{IB} \\ F_{CI} & F_{CC} & F_{CB} \\ F_{BI} & F_{BC} & F_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_I \\ \Phi_C \\ \Phi_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_B \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$F_{BI} = F_{IB}^T, \quad F_{CI} = F_{IC}^T, \quad F_{BC} = F_{CB}^T$$

ここで右辺に現われている  $\Psi_B$  は

$$\phi_i = (\partial \phi / \partial n_B) \Delta l_i$$

なる  $\phi_i$  から成っており、 $\Phi_I, \Phi_C, \Phi_B, \Psi_B$  の四つが未知である。このままでは方程式が3本に対して、未知数が四つあり解くことができない。ここで先に述べた自由空間におけるグリーン関数  $G$  を用いると、(15)式と(5)式とにより最終的には次式のマトリクス方程式を解くことに帰着する。

$$\begin{bmatrix} F_{II} & F_{IC} \\ F_{IC}^T & F_{CC} + F_{CB}P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_I \\ \Phi_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

### 3. 数値計算例

#### 3.1 導体球モデル

半径  $R=5.0$  cm の導体球に電位を与えた場合の導体球外部の電位・電界を計算し、理論解との比較を行っている。

この問題は、三次元のラプラスの問題であり、この場合のグリーン関数  $G$  は

$$G(x, y, z | z_0, y_0, x_0) = 1 / (4\pi R)$$

$$R = \{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2\}^{1/2}$$

である。

三次元の問題ではあるが、軸対称性を有することから問題は軸対称三次元として取り扱うことができ、この場合は、ほとんど二次元と同様の考え方で解析することができる<sup>5)</sup>。

計算にさいしては、導体球に  $\phi=1.0$  の電位を与え、

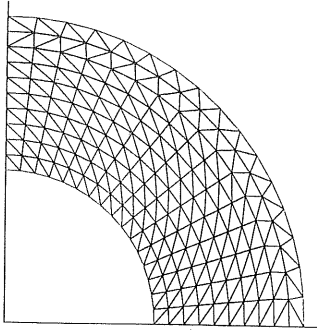


図4 導体球の要素分割  
Fig. 4 The element division of conducting sphere.

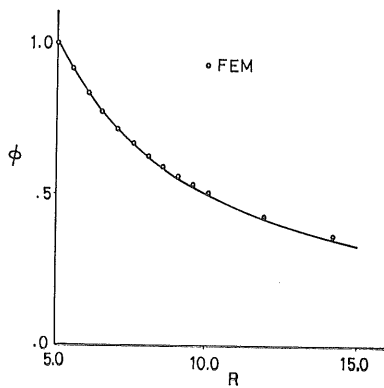


図5 導体球周辺の電位  
Fig. 5 Potential around conducting sphere.

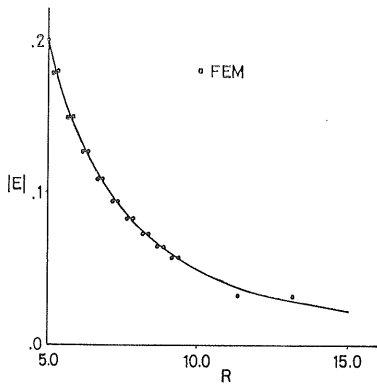


図6 導体球周辺の電界  
Fig. 6 Electric field around conducting sphere.

1/4 のモデルを考え、 $X$ 軸を中心に $Y$ を回転させ、 $-Y$ に対しては、 $+Y$ のイメージをとっている。要素分割の様子は図4に示されたもので、全節点数は188、全要素数は322としている。

図5は大気中に導体球を置いた場合の導体球の周りにおける電位を求め、理論解との比較を行なったもので

あり、良好な結果を得ている。さらに、以下に示した方法により電界を求め、理論解との比較を行なっている。この場合においても、図6に示したごとく、良好な結果を得ている。

電位をポテンシャル $\phi$ とおき、一つの要素について三角形の3頂点における電位を、それぞれ $\phi_1, \phi_2, \phi_3$ とすると、この三角要素内の電界 $E$ は

$$-E = \text{grad } \phi = (\partial\phi/\partial x)e_x + (\partial\phi/\partial y)e_y$$

と表わすことができる。

ここで先に示した面積座標 $(\zeta)$ を導入することにより、 $x, y$ 成分の大きさは

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} = \frac{1}{2A} [\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3] \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial y} = \frac{1}{2A} [\gamma_1 \ \gamma_2 \ \gamma_3] \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix}$$

として、それぞれの要素における電界の方向と、大きさを決定することができる。

以上をまとめて、図7に等電位線と各要素の重心における電位の大きさと方向を示し、計算手法の妥当性を確認している。

### 3.2 懸垂碍子周辺の電位・電界計算

導体球モデルで確かめた手法を用いて、懸垂碍子の大气中における電位・電界の計算を行なった。

懸垂碍子の形状は図8に示したごとく複雑な形状を呈している。しかしながら、縦軸に対して回転対称であることから軸対称三次元の問題として先の手法がそのま

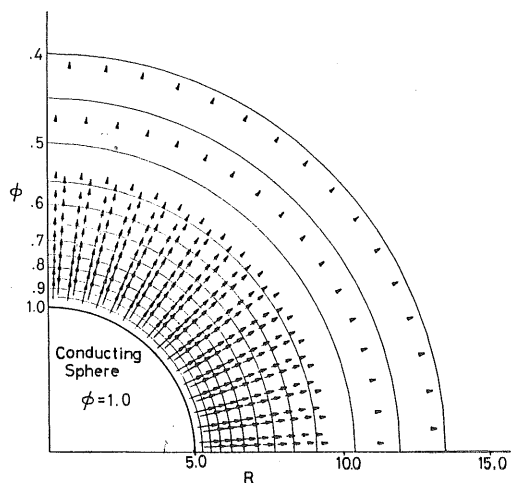


図7 導体球周辺の電位・電界分布状態  
Fig. 7 A distribution of electric potential and field around conducting sphere.

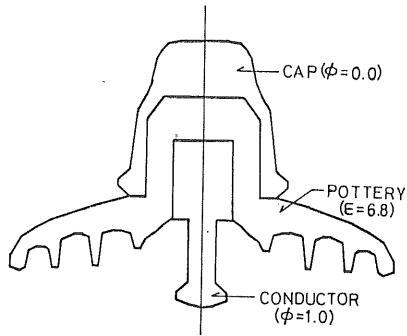


図 8 懸垂碍子  
Fig. 8 Suspension insulator.

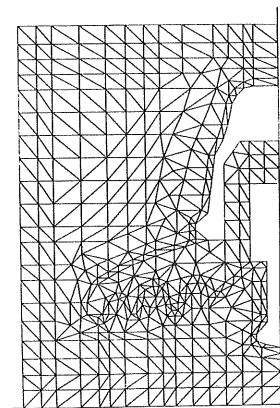


図 9 懸垂碍子の要素分割  
Fig. 9 The element division of suspension insulator.

ま適用できる。懸垂碍子は、上部のキャップ部分が鉄塔等に接続されるように用いられることからキャップ部分が大地アースされていると考えられる。したがって境界条件としては、内部導体に  $\phi=1.0$  を与え、上部キャップ部分および無限遠において  $\phi=0.0$  と仮定している。

懸垂碍子およびその周辺の分割様子は 図 9 に示したように着雪などを考慮してかなり複雑になっている。全節点数は 430、全要素数は 756 としている。碍子周辺が大気でおおわれている（すなわち比誘電率  $\epsilon_r=1.0$  の誘電体が囲りにある）と仮定した場合の計算結果が 図 10 である。

次に碍子周辺に雪・湿雪、氷状の雪などが軸対称に付着した場合を想定して、これを一種の複合材質の問題と考え、碍子の囲りに種々の誘電体を与えて計算を行っている。図 11 は碍子上部に粉雪が付着した状態を想定し（斜線部分）、この場合の比誘電率を  $\epsilon_r=5.8$  として計算した結果を図 12 に示した。次に 図 13 に碍子上部が水を含んだ雪である場合を想定し（斜線部分）、この

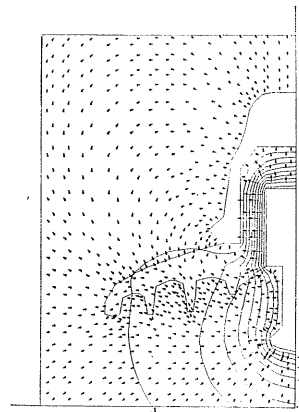


図 10 懸垂碍子周辺が空気の場合の電位・電界分布状態 ( $\epsilon_r=1.0$ )

Fig. 10 Field distribution around suspension insulator in air ( $\epsilon_r=1.0$ ).

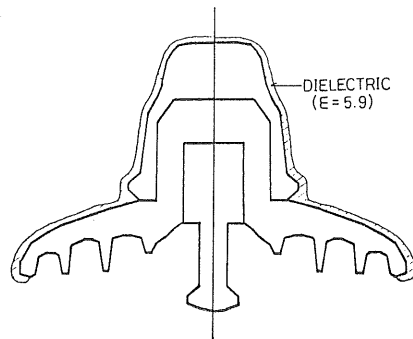


図 11 懸垂碍子周辺が着雪した状態 ( $\epsilon_r=5.9$ )

Fig. 11 Suspension insulator surrounded by dry snow ( $\epsilon_r=5.9$ ).

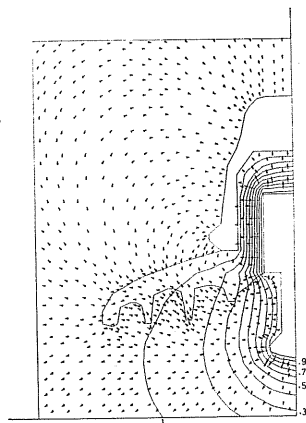


図 12 懸垂碍子周辺が着雪した場合の電位・電界分布状態 ( $\epsilon_r=5.9$ )

Fig. 12 Field distribution around suspension insulator surrounded by dry snow ( $\epsilon_r=5.9$ ).

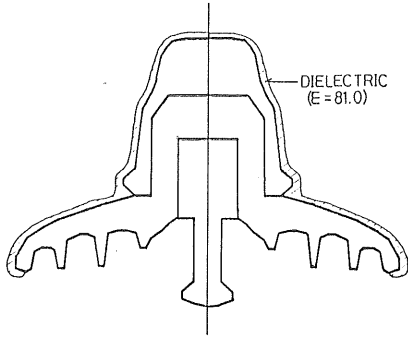


図 13 懸垂碍子周辺に湿った雪が付着した状態( $\epsilon_r=81.0$ )  
Fig. 13 Suspension insulator surrounded by wet snow ( $\epsilon_r=81.0$ ).

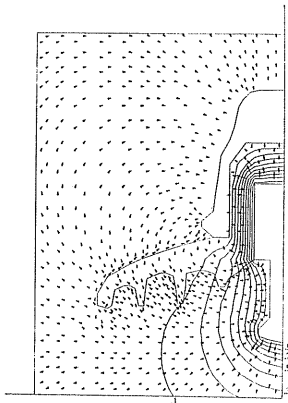


図 14 懸垂碍子周辺に湿った雪が付着した状態の電位・電界分布状態 ( $\epsilon_r=81.0$ )  
Fig. 14 Field distribution around suspension insulator surrounded by wet snow ( $\epsilon_r=81.0$ ).

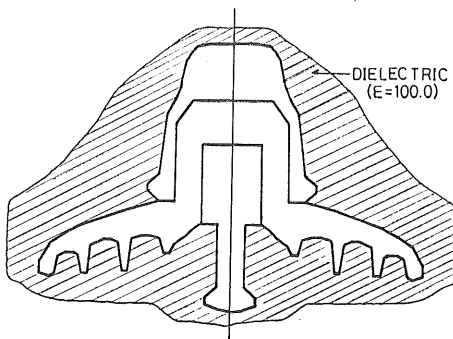


図 15 懸垂碍子周辺が氷状の雪で覆われた状態 ( $\epsilon_r=100.0$ )  
Fig. 15 Suspension insulator surrounded by icy snow ( $\epsilon_r=100.0$ ).

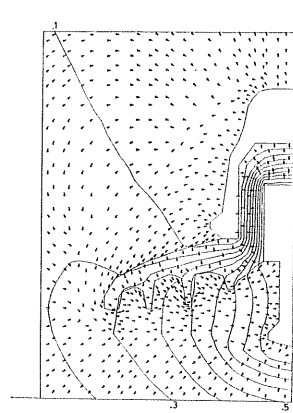


図 16 懸垂碍子周辺が氷状の雪で覆われた状態の電位・電界分布状態 ( $\epsilon_r=100.0$ )  
Fig. 16 Field distribution around suspension insulator surrounded by icy snow ( $\epsilon_r=100.0$ ).

おわれた場合を想定し(斜線部分), この場合の比誘電率を  $\epsilon_r=100.0$  として計算した結果を図 16 に示した. いずれの場合においても碍子の比誘電率は  $\epsilon_r=6.8$  としている.

#### 4. む す び

以上, 静電場の開放領域問題の一例として, 自由空間におけるグリーン関数を導入した有限要素法を用いて碍子周辺の電位・電界の解析を行ってきた.

導体球モデルについては先にも述べたごとく理論解との比較において十分に満足のいく結果を得ている. 等方性物質においては, ポテンシャル  $\phi$  が一定とした場合, 誘電体を挿入することにより  $\phi$  は小さくなる. すなわちこの場合の表面電荷密度が減じたことになり, 電界  $E$  も減少することになる<sup>6)</sup>. したがって複合材質として2種類以上の誘電体を与えた場合には, より誘電率の大きいものほどその電界(電位傾斜)が小さくなると考えることができるであろう.

計算結果の図 10, 12, 14, 16 をそれぞれ比較してみると, このことが裏づけられており, 結果は妥当なものと思われる. しかしながら, より現実的な問題を扱う場合には誘電体は異方性, 不均質構造をもっているのが普通であり, 不均質誘電体として扱わなければならない. 陶磁器もしかりである. このことから実際にはさらに複雑な様相を呈することになる. さらに碍子の着雪状態を考えた場合においては, あくまでも雪を想定した複合誘電体問題として純粋な静電界の問題に限って解析しているが, 湿雪の場合などの状態には, より現実的な問題にあてはめると, この雪は導体と考えなければならず導電率を考慮して解析しなければならない. また雪の付

場合の比誘電率を  $\epsilon_r=81.0$  として計算した結果を図 14 に示した. さらに図 15 に碍子周辺が氷状の雪でお

着も一様ではないのが普通であり、この場合は対称性が失われることになる。

以上述べたように、より現実的な問題にあてはめて解析を行なうには種々の問題点があるが、これらの解決は今後の課題としてゆく所存である。

なお、先に述べた文献 2) における差分法による解析との比較も行なってみたが (この場合の解析は電位の与え方が逆になっている)、等電位面の現われ方は非常に類似していることを付け加えておく。

最後に、計算に使用した電子計算機は北海道大学大型計算機センター HITAC-M200H であり、図 4, 7, 9, 10, 12, 14, 16 はすべて X-Y プロッタにより出力したものである。

#### 参 考 文 献

- 1) 川井忠彦, 中田高義, 石原好之, 奥田宏史, 久保田喬, 沢田芳夫, 大崎 治, 岩本雅民: 昭和51年電気学会全国大会シンポジウム (S7), 電気学会 (1976).
- 2) I.A. Cermak and P. Silvester: IEEE Trans. Power Appar. Syst., 89, 5 (1970), 925.
- 3) S. Washisu, I. Fukai and M. Suzuki: Electron. Lett., 15, 24 (1979), 772.
- 4) B.H. McDonald and A. Wexler: IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 20, 12 (1972), 841.
- 5) 加川幸雄: 電気・電子のための有限要素法入門, p.123, オーム社 (1977).
- 6) デッカー (橋本隆吉, 神山雅英共訳): 固体物理, 第6章, コロナ社 (1958).